

行星齿轮装置的动态载荷平衡的测定方法及其有关问题的探讨 (一)

李 元 燮

摘要: 在行星齿轮装置中, 为了得到各行星齿轮的负荷分配的均等, 采取了各种措施。但到目前为止还没有一个恰当的这一负荷分配状态的测定方法。

因此, 本文着眼于测定、比较各行星齿轮轴的剪切变形这一点, 对实际行星齿轮装置进行了负荷分配的测定实验, 并确认了其实用性。

一、前 言

行星齿轮减速器具有体积小、重量轻、效率高、啮合速度低而振动、噪声小、输入轴与输出轴配置在同一轴线上等优点。但由于构成它的零件和部件的加工误差以及装配误差等的影响而产生各行星齿轮所受到的负载不平衡现象。这是推广行星齿轮减速器所存在着的最大的障碍。为了解决这个问题前人已进行过很多实验研究与分析计算, 并在设计上也采取了种种措施(如浮动太阳齿轮、浮动内齿轮、浮动行星齿轮、浮动摇臂等浮动单个构成元件的方法和同时浮动某两个元件等方法)。但是到目前为止没有一个完整的检验这些负载平衡效果的测试方法。一般采用在内齿圈的侧面或在外圆柱面上测定各行星齿轮同时通过点的变形情况或者测定与各行星齿轮同时啮合的太阳齿轮的齿根变形等方法。我们也曾经研究过直接测定行星齿轮轴承负载的方法, 但都未能成功。例如最容易实现的测定行星齿轮轴的弯曲变形的方

法, 在齿宽方向的负荷点位置不明的一般场合就不可能使用。

若采用测定行星齿轮轴的剪切变形的方

二、测定原理

图 1 表示行星齿轮轴为单支梁、实心轴的情况。负荷 P 作用在离测定位置 $(A, B, C(D))$ x 时 (图(a)), 被测断面的剪力 $Q (= P)$ 与弯矩 $M (= P \cdot x)$ 分别如图(b)、(c) 所示。由剪力 Q 所产生的剪应力 τ 的分布如图(d) 所示, 恰好在中性面上的 $C(D)$ 点上弯曲应力 σ_b 为零, 而剪应力 τ 为最大值 $\tau_{max} (= 4 \cdot P / (3 \cdot A))$ A 为轴的断面积), 因此在这个点上测定剪应力就能测到与负荷点的位置 x 无关的 P 值。 τ_{max} 的测定采用了 X 型应变片 (见图(e))。应变片方向的应力为 $\sigma = \tau_{max}$, 因此变形 ε 可用下式表示:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\tau_{max}}{E} = \frac{4}{3} \cdot \frac{P}{A \cdot E} \quad (1)$$

(当 $P = 100 \text{kgf}$, $E = 2.1 \times 10^4 \text{kg/mm}^2$,

$A = 314 \text{mm}^2 (\phi 20)$ 时 $\varepsilon = 20 \times 10^{-6}$)

C 点与背面的 D 点的 X 型应变片用 4 端电桥连接, 就可得 4 倍的倍率 ($\varepsilon = 80 \times 10^{-6}$)。

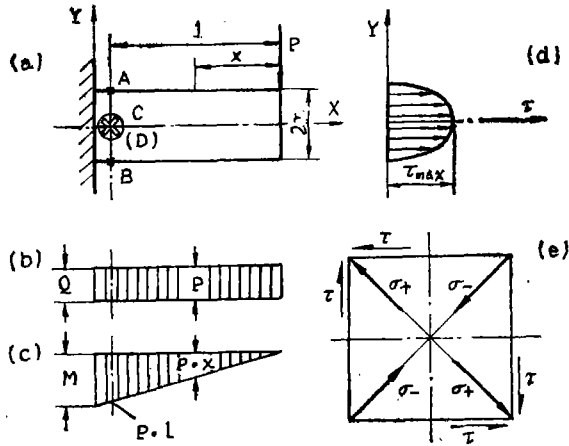


图1 剪切变形和负载的关系

三、测定误差分析

实际测量时会产生的主要误差有二，其一为贴应变片的位置误差而产生的测定误差；其二为传递负荷中由于行星轮的离心力而改变负荷方向所引起的测定误差。

下面分析这两种情况的误差，并与实验数据作一比较。

1. 被测负荷的一般式

如图2(b)所示，当应变片既偏离中性轴 a ，又离正确位置(45度)有 γ 度的角度误差时，如果各应变片所测到的应力用中心位置的应力来替代，则每个应变片所能检测出来的电压 U 可用下式表示。

$$\text{即 } U = k(2\tau\cos 2\gamma + \sigma_s \sin 2\gamma)$$

由于两侧贴有应变片，

$$\begin{aligned} \text{故 } U &= 2k(2\tau\cos 2\gamma + \sigma_s \sin 2\gamma) \\ &= K(2\tau\cos 2\gamma + \sigma_s \sin 2\gamma) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\text{其中 } \tau = \frac{4}{3\pi r^2} \left\{ 1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right\}^{1/2} \cdot P$$

$$\sigma_s = \frac{a}{r} \cdot \frac{4l}{\pi r^3} \cdot P$$

k, K : 比例常数

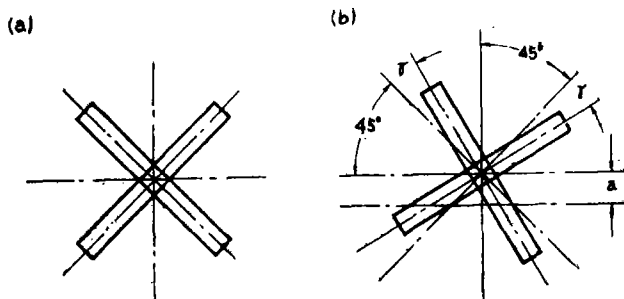


图2 贴应变片的位置误差

当P为应变片在正确的位置时测得的负荷值（实际负荷值）时，设式（2）中既有位置偏离，又有角度误差，则被测出的负荷P'与P的关系为

$$\frac{P'}{P} = \left[\left\{ 1 - \left(\frac{a}{r} \right)^2 \right\}^2 \cos 2\gamma + \frac{3al}{2r^2} \sin 2\gamma \right] \quad (3)$$

其中，因 $a/r \ll 1$ ， $\gamma \ll 1$ ，故省略三次以上的项

则

$$\frac{P'}{P} = 1 - \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 2\gamma^2 - 3 \frac{l}{r} \left(\frac{a}{r} \right) \gamma \right\}$$

或者设 $P' = P + \Delta P$

则

$$\frac{\Delta P}{P} = - \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 + 2\gamma^2 - 3 \frac{l}{r} \left(\frac{a}{r} \right) \gamma \right\} \quad (4)$$

2. 应变片的位置偏离 a 、角度误差 γ 的影响

(1) 单纯位置偏离 a 的影响。

在(4)式中设 $\gamma = 0$

$$\text{则, 得 } \frac{\Delta P}{P} = - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (5)$$

(2) 单纯角度误差 γ 的影响。

在式(4)中设 $a = 0$

$$\text{则可得 } \frac{\Delta P}{P} = - \frac{\gamma^2}{2} \quad (6)$$

从式(5)、(6)及(4)中分别求出单纯位置偏离 a ，单纯角度误差 γ 及同时出现位置偏离 a 和角度误差 γ 时的测定误差 $\Delta P/P$ ，并列于表1中。

表1 应变片的偏离及角度误差所引起的测定误差（计算值）

a (mm)	$\Delta P/P$ (%)	γ°	$\Delta P/P$ (%)
0.5	-0.1	5	-2
1	-0.5	10	-6
		15	-13

同时出现位置偏离误差 a 与角度 误差 γ 时 $\Delta P/P$ (%)	γ°		
	a (mm)	5	10
	0.5	-0.4	-2.6
1	-0.8	+0.5	

表1的角度误差 γ 的计算值与表2的实验结果中看出实验值与计算值基本相符。因此，

实际测试时若角度误差 γ 在5度以内，位置偏离误差 a 在1mm之内，那么测定误差可以控制在0.8%以内。这个误差值可认为是实际测量中允许忽略的范围之内。

表 2 有角度误差时的实验值

负载 (kgf)	130	360	620	860
误差 (%)	-12	-9	-10	-10

($\gamma \approx 15^\circ, l = 14\text{mm}$ 时)

3. 负荷方向的偏离角 θ 的影响

在式(3)中令 $\gamma = 0, a = r\sin\theta$

$$\text{则 } \frac{P'}{P} = \cos\theta \quad \text{或者} \quad \frac{\Delta P}{P} = 1 - \cos\theta \quad (7)$$

$\theta \approx 15^\circ$ 时的试验结果列于表3。

表 3 有负荷方向的偏离角 θ 时的测定误差 $\Delta P/P$

θ°	实 验 值 (%)			计算值 (%)
≈ 15	-1.1	-1.04	-1.06	-1.6

表3中可以看出，试验结果大体上与计算值相吻合。当 $\theta = 90^\circ$ 时理论上测定灵敏度为零，只测定出传递力。如果需要测定离心负荷，则 $\theta = 90^\circ$ 的位置上贴应变片即可。

四、基础实验

参照上述分析结果，在行星齿轮轴上贴X型应变片，加静负荷的方法来做基础实验，并测出负荷与变形的关系。在加负荷时为了尽量与实际情况相符，采用如图3所示的加载环来加载。

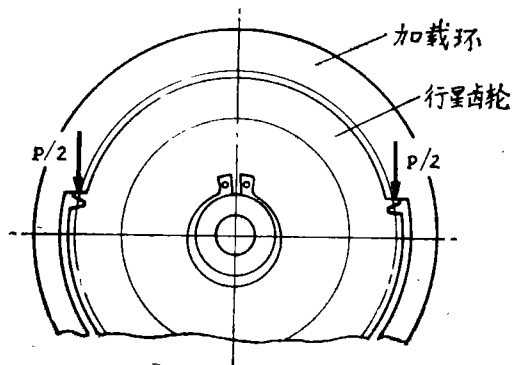


图 3 加载环

最初是采用与行星齿轮等宽度的滚针轴承(图4, A型)，逐次改变加载点位置的方法

(图5)测定负荷与变形的关系。实验结果(图6)表明沿着行星齿轮轴的轴向改变负荷点时,测得的变形值也改变。尤其是在应变片附近的位置上加载时(约5mm以内)变形值显著地下降(大约50%)。因此采用了如图4(b)所示的窄滚针轴承的改良型(B型)。实验结果如图7所示。

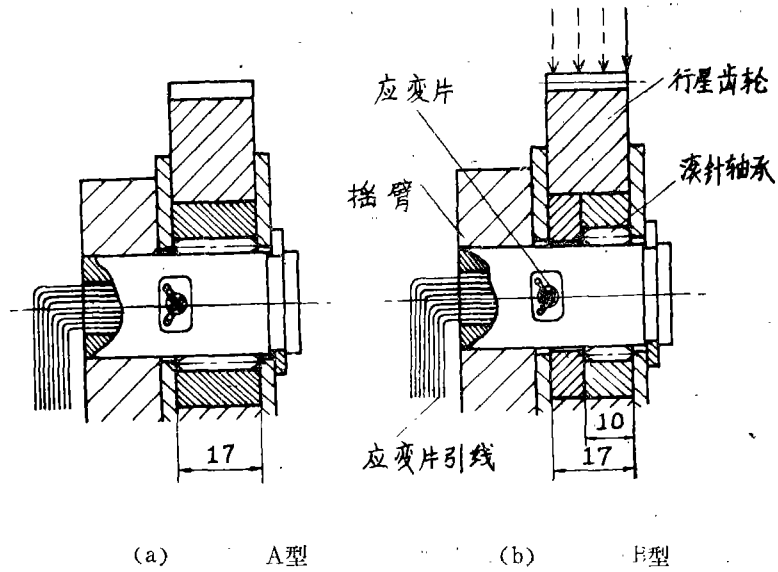


图4 行星齿轮轴承的结构

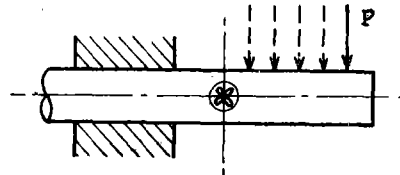


图5 应变片的位置与负荷点位置

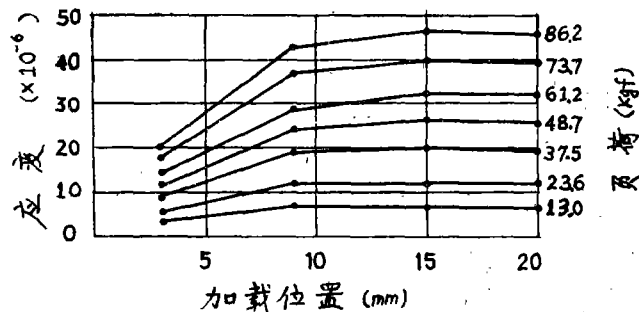


图6 A型的应变特性

图中可以看出由于轴向负荷点位置的改变而产生的影响极小(最大2.7%)。

图8是对实际行星齿轮轴进行测定的结果。实验值与理论值的差大约6%,但重复性及直

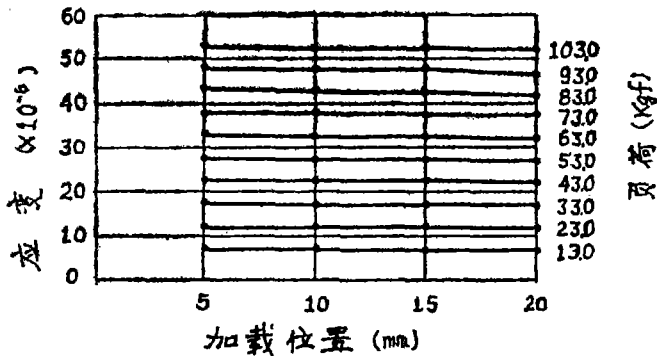


图7 B型的应变特性

线性皆好，因此本实验方法是可行的。各行星齿轮轴的负荷与变形的关系虽然有所差异，但实验结果来进行修正就可以得到满意的结果。

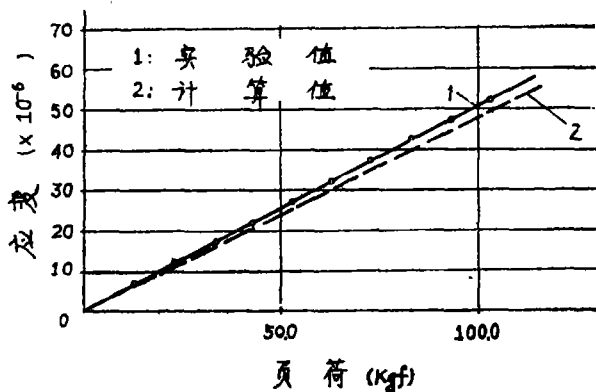


图8 负荷与变形的关系

五、结 语

上述分析与基础实验为依据对行星齿轮减速器进行过实测。被测行星齿轮减速器的结构如图9所示。

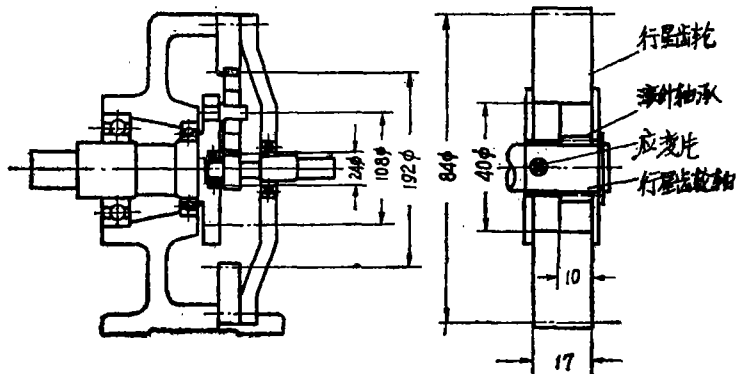


图9 被测行星齿轮减速器结构

其具体参数为

太阳齿轮: $Z_1 = 16$ $b_1 = 19$ $\alpha = 20^\circ$ $m = 1.5$

行星齿轮: $Z_2 = 56$ $b_2 = 17$ $\alpha = 20^\circ$ $m = 1.5$

内齿轮: $Z_3 = 128$ $b_3 = 19$ $\alpha = 20^\circ$ $m = 1.5$

传动比: $i = 1 : 9$

极限齿面载荷: $P_{max} = 123\text{kgf}$ ($K = 3.5\text{kgf/mm}^2$)

运转实验装置如图10, 是一动力循环式实验装置。

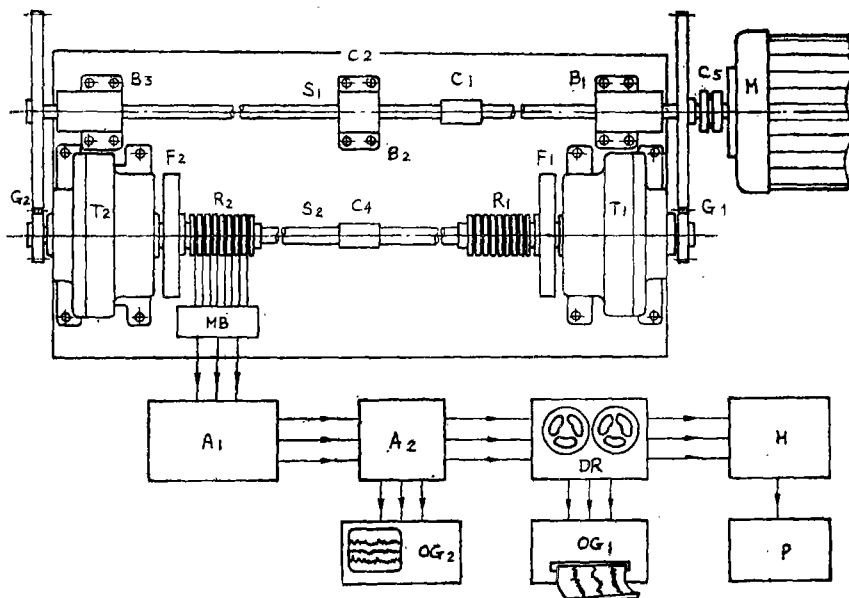


图10 动力循环式行星齿轮减速器实验装置

M : 电机

G_1, G_2 : 动力循环齿轮 ($i = 3.916$, 大齿轮的惯性矩为

$$J_1 = 11\text{kgmm}\cdot\text{S}^2)$$

B_1, B_2, B_3 : 单列向心球轴承 (各 2 个)

T_1, T_2 : 被测行星齿轮减速器

F_1, F_2 : 飞轮 ($J_2 = 85.9\text{kgmm}\cdot\text{S}^2$)

S_1 及 S_2 : 高速及低速轴 ($K_1 = 5.2 \times 10^5\text{kgfmm/rad}$)

$$(K_2 = 9.4 \times 10^5\text{kgfmm/rad})$$

$C_1 \sim C_4$: 齿联轴节 (压配合)

C_5 : 橡皮联轴节

R_1, R_2 : 测应变用导电环 (8 头)

MB : 匹配箱

A_1, A_2 : 动态应变仪 ($\sim 10\text{kHz}$)、直流放大器 (1~10倍)

OG_1 : 八线示波器

OG_2 : 同步示波器

DR : 磁带记录仪

H : 频率分析仪

P : X-Y 记录仪

运转实验条件如表 4 所示。

表 4 运 转 条 件

旋转速度n(rpm)	600	1200	2500	3500	5000	被测减速器的极限速度 9800(rpm)
负荷	输出扭矩T(kgf·m)	0	8.55	14.25	22.8	极限负荷 P_{max}
	齿面负荷 P(kgf)	0	26	44	70	123(kgf)

测试结果用八线示波器记录后得如图11的曲线。三条曲线各代表三个行星齿轮轴所受到的负荷变化情况。

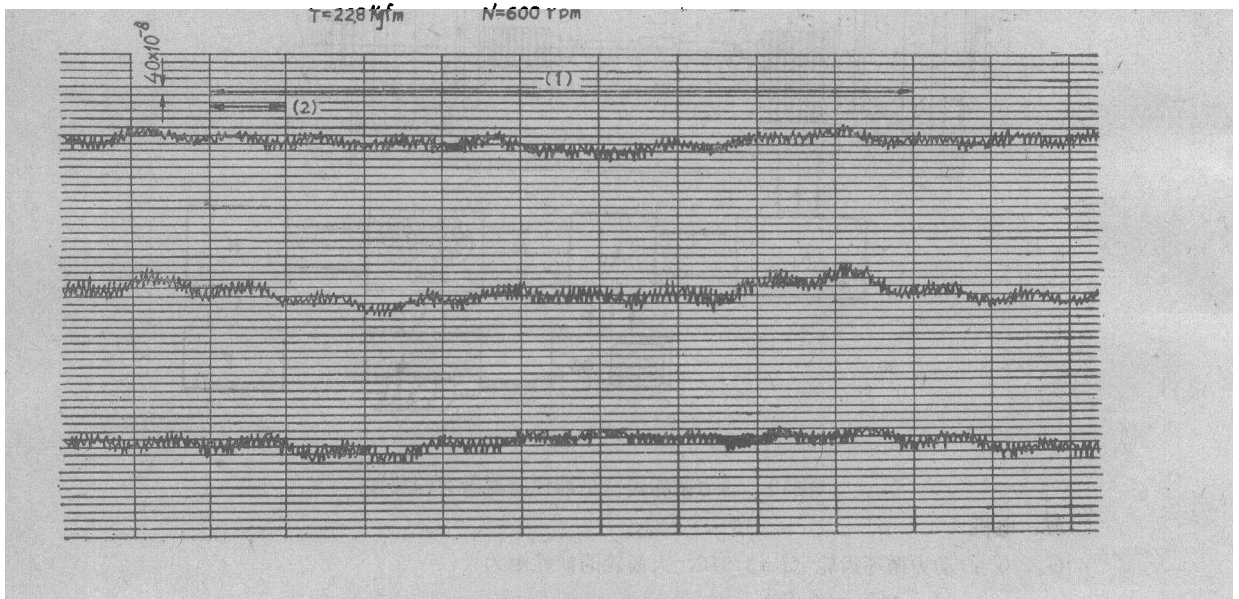


图11 各轴负荷变化波形曲线

(1) 摇臂旋转一周(λ_4) (2) 太阳齿轮旋转一周(λ_2)

从图中可看出曲线由下列 4 个成分所构成。

1. 由齿形误差所产生的最小波形 λ_1 成分。
2. 由16个 λ_1 为周期的中周期波形 λ_2 成分。
3. 由3~4 λ_2 为周期的大周期波形 λ_3 成分。
4. 由9个 λ_3 为周期的长周期波形 λ_4 成分。

其中 λ_1 可认为齿形误差的反映； λ_2 可认为太阳齿轮的偏心误差所产生； λ_3 可认为行星齿轮的偏心误差所产生； λ_4 可认为是内齿轮或者是摇臂的偏心误差所产生，但 λ_4 由于各轴同相位，因此很难判断出是内齿轮或摇臂的偏心所引起的，有待于今后深入研究。

若把此信号送入频率分析仪即可得各波形成分 λ_i 的负荷值。根据此值可计算出各轴的负荷分配率（具体算法省略）。

综上所述，本测试方法将作为验证动态负荷平衡的一个有力手段，能够解决目前为止尚未解决的行星齿轮传动装置的动态平衡及动态负荷分配率的测试问题。

参 考 文 献

- [1] 蒸気タービン減速装置の開発事業報告, 日本運輸省船舶局, 1970, 3.
- [2] 林輝等, 游星歯車機構の荷重つりあい理論, 日本機械学会論文集, 1970, 36, 288号, 8, 1394.
- [3] 日本, 機械工学便覧.

Measurement and A Few Study on Dynamic Load Sharing Condition in A Planetary Gears

Li Yuanxie

Abstract

It is the most desirable for the load sharing on each planet gear to be even and many kinds of considerations are used in a planetary gears. However, we have not suitable method to measure the load sharing condition. Then, it is noticed that the measurement can be accomplished by the method to measure and compare the values of the shearing strains on each shafts of planet gears and the method is cleared to be for practical use by some experiments with the planetary gears for actual use.